

# RADIOSIDAD

GRÁFICOS Y VISUALIZACIÓN 3D 2003/2004  
ESCUELA SUPERIOR DE CIENCIAS EXPERIMENTALES Y TECNOLOGÍA

*Autores:*

*Alonso Rodríguez, David  
Campillo Tomico, Jorge  
Pérez Crespo, Jaime*



# Índice de Contenidos

1	Introducción.....	5
	Iluminación tradicional por ordenador.....	5
	La iluminación en el mundo real.....	6
2	La alternativa: Iluminación Global.....	9
	Trazado de rayos (ray tracing).....	9
	Radiosidad (radiosity).....	10
	Monte Carlo y otros algoritmos.....	10
3	Algoritmos de radiosidad.....	11
	La ecuación de radiosidad.....	11
	El método del hemicubo.....	13
	Radiosidad clásica.....	16
	Radiosidad progresiva.....	16
	Representación de la escena.....	17
	Interpolación bilineal.....	18
	Investigaciones actuales en el campo de la radiosidad.....	18
4	Técnicas de discretización de la escena.....	21
	A posteriori: remallado adaptativo.....	21
	A posteriori: radiosidad jerárquica y modelado de discontinuidades.....	24
5	Artefactos. Problemas derivados del algoritmo.....	31
	Producidos por el hemicubo (factores de forma).....	31
	Producidos por un remallado inadecuado.....	32
	Producidos por la interpolación bilineal.....	32
6	Bibliografía.....	35



# 1 Introducción

La simulación de iluminaciones realistas en escenas tridimensionales por computador ha sido objeto de múltiples investigaciones a lo largo de la historia. Esas investigaciones han dado como fruto técnicas tan avanzadas que permiten simular modelos de iluminación con tal grado de realismo que llegan a confundir con la realidad. En el presente documento hablaremos de estas avanzadas técnicas, centrándonos en aquella que modeliza la interacción difusa de los objetos entre sí, lumínicamente hablando: la radiosidad.

## Iluminación tradicional por ordenador

Las simulaciones por ordenador de escenas tridimensionales son especialmente complejas. La máquina ha de tratar con miles de polígonos y objetos a la vez, y todo ello con una cantidad de recursos muy limitada. Esto hace que hasta la relativamente reciente exponenciación de los recursos computacionales, la simulación realista de este tipo de escenas haya sido irrealizable.

En el aspecto de la iluminación de escenas 3D esta falta de recursos es aún más acuciante. Así, se han buscado históricamente formas sencillas que diesen una aproximación de la realidad lo suficientemente buena en relación con los recursos disponibles. Es por esto que en los motores de render tradicionales sólo se tienen en cuenta las fuentes de luz como entidades emisoras de energía. Esta aproximación elimina la interacción lumínica entre objetos que existe en el mundo real, de forma que los resultados son pobres.

La forma clásica de iluminación es sencilla. El motor de render hace un cálculo de las sombras que proyecta cada fuente de luz. A partir de ese cálculo, interpolando los mapas de sombras obtenidos por cada fuente de luz (de haber más de una), podemos saber si un elemento de la escena (vértices, caras, polígonos...) está iluminado o no, y en qué grado, dependiendo del número de fuentes de luz que incidan sobre él. Si un objeto no recibe iluminación directa de ninguna fuente, entonces lo consideraremos en penumbra.

Obviamente, esta aproximación es muy imprecisa. Producirá sombras muy acentuadas y duras, sin apenas gradientes en la iluminación de la escena, y con zonas completamente oscuras o negras, que en la realidad no aparecen como tal. Para solucionar este inconveniente se utiliza un concepto que aproxima el modelo difuso que se explicará aquí, la luz ambiental. Ésta es una componente global de la escena, que afecta a todos los objetos por igual, independientemente de su posición y ángulo con el resto de la escena, sumando así un valor constante de iluminación recibida a cada elemento. Pese a que ésto produce resultados algo más aceptables, siguen siendo muy pobres, dado que todos los objetos tendrán un mínimo de iluminación común, desapareciendo por completo la oscuridad absoluta y los gradientes lumínicos.

Es este comportamiento que tradicionalmente se simula mediante la luz ambiental el que tratan de simular los algoritmos de radiosidad de los que se va a hablar en este texto, con mucho más acierto que la aproximación mencionada, ya que, como veremos, la radiosidad permite calcular la cantidad de iluminación que recibe cualquier elemento de una escena de forma relativa al resto de elementos.

## La iluminación en el mundo real

Para obtener resultados realistas en la representación de entornos tridimensionales por ordenador debemos tener en cuenta las propiedades y efectos producidos por la iluminación en la realidad que nos rodea.

Los objetos en el mundo se pueden clasificar atendiendo al comportamiento que muestran con la luz. Dependiendo del material de un objeto, éste tendrá propiedades concretas que le permitirán interactuar con la luz de una forma determinada. Podemos clasificar los objetos según el tipo de efectos que produzcan sobre la luz:

- **Transparentes:** aquellos que permiten el paso de la luz a su través, dejando ver los objetos que se sitúan más allá.
- **Translúcidos:** aquellos que permiten pasar la luz a través de ellos, pero sin dejar ver los objetos del otro lado.
- **Opacos:** aquellos que no permiten el paso de la luz a través del cuerpo del objeto.

Por otro lado, existen distintos tipos de fenómenos que pueden ocurrir cuando un haz lumínico alcanza la superficie de un objeto:

- **Reflexión:** consistente en que el rayo de luz es proyectado en sentido contrario a la que llega al objeto, siendo repelido por éste. Podemos observar dos distintos tipos de reflexiones dependiendo del material del objeto:
  - *Difusa:* cuando el rayo incidente es devuelto en un amplio abanico de direcciones con intensidades equivalentes, debido a rugosidades en el material. Existe en esta reflexión una pérdida de intensidad según las características del material que refleja mayor o menor cantidad del flujo recibido. Esto se mide mediante el coeficiente de reflexión difusa:  $r$ , siendo  $F'$  el flujo incidente y  $F$  el flujo reflejado en los difusores perfectos, la reflexión se rige por la ley de Lambert con:  $E$  = nivel de iluminación de la superficie;  $r$  = coeficiente de reflexión difusa;  $L$  = luminancia emitida por la superficie.

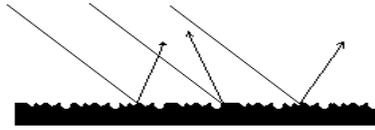


Figura 1: reflexión difusa.

- *Especular*: cuando el rayo incidente se refleja en una dirección predominante con el mismo ángulo con el que incide en el objeto. Idealmente, si no hay absorción, toda la intensidad que alcance el objeto será reflejada en dicha dirección. La figura 1 muestra un ejemplo de reflexión especular.

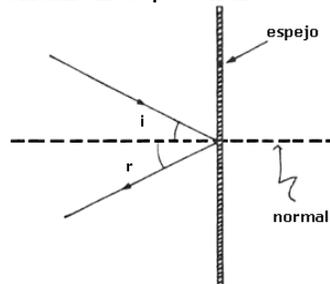


Figura 2: reflexión especular.

Por contra, en la vida real no existen objetos puramente especulares ni perfectamente difusos. Encontraremos siempre objetos con una mezcla de ambas componentes. Podemos ver un gráfico explicativo de reflexión difusa en la figura 1.

- **Refracción**: un rayo de luz experimenta refracción al pasar de un medio a otro. Por ejemplo, cuando un rayo de luz está en el aire y llega a una superficie de agua, una parte de la luz se transmite en el agua. Sin embargo, el rayo dentro del agua cambia la dirección de su propagación. Este fenómeno constituye la refracción. En ella, los ángulos de incidencia  $i$  y de refracción  $j$  no son iguales. La relación entre estos ángulos depende de las características de las dos sustancias en que se propagan los rayos. La *ley de Snell* explica el comportamiento del rayo transmitido, en términos del rayo incidente y de propiedades de los medios. Por este fenómeno, cuando un lápiz está metido parcialmente dentro de un vaso de agua lo vemos como si estuviera partido. La figura 3 plantea un ejemplo de refracción de la luz.
- **Difracción**: cuando un rayo luminoso se encuentra con un pequeño obstáculo, cambia de dirección, por ejemplo, si se encuentra con un pequeñísimo orificio, en un cuerpo opaco, se "abanica" y si se captura su imagen, aparecen zonas iluminadas circulares, alternadas con zonas oscuras.
- **Absorción**: cuando un rayo luminoso se propaga por un medio, va disminuyendo paulatinamente su intensidad. Se dice que ese medio lo absorbe. También sucede que al reflejarse la luz sobre una sustancia, una parte de ella es absorbida, produciendo la sensación de color, por ejemplo, si una sustancia absorbe todos los colores de la luz, menos el verde, que se refleja, esa sustancia es vista por el ojo humano de color verde.

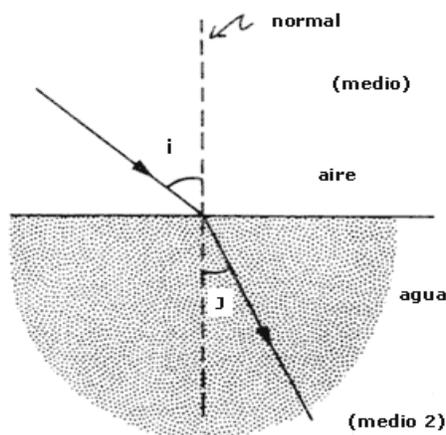


Figura 3: refracción.

Estos fenómenos no se producen de forma exclusiva con respecto a los demás. Por ejemplo, toda refracción irá acompañada de reflexión y absorción. En la figura 4 observamos un gráfico que auna todas estas interacciones en un mismo ejemplo. Como ya se ha dicho, además, no existen objetos especulares o difusos perfectos. Ésto hace que abordar el problema de la iluminación en escenas 3D generadas por ordenador de forma fiel a la realidad sea imposible.

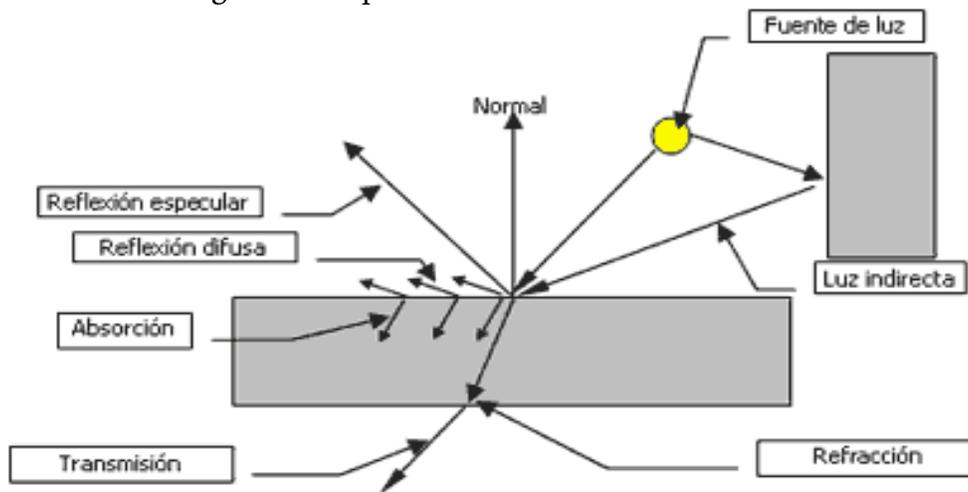


Figura 4: ejemplos de interacción lumínica.

Así mismo, fenómenos como la absorción y la refracción en combinación son especialmente interesantes en nuestro caso de estudio. Los rayos luminosos están formados por un amplio espectro de colores, que, en conjunción, forman la luz blanca pura. Cuando un rayo es reflejado en una superficie, una parte de ese espectro es absorbida a la vez por dicha superficie. Al llegar a un nuevo objeto, este haz de luz no será puro, sino que estará teñido del color del objeto anterior, y por tanto teñirá también el siguiente objeto que visite. Este peculiar fenómeno es conocido como *travase de color*, y es una de las funcionalidades que, como veremos, nos proporciona el método de **radiosidad** sobre objetos opacos.

## 2 La alternativa: Iluminación Global

Existen una serie de técnicas computacionales que permiten calcular interacciones lumínicas entre objetos de forma más precisa, obteniendo así resultados más realistas. Este conjunto de técnicas se engloban en lo que comúnmente se conoce como *Iluminación Global*. Dada la extrema complejidad de los cálculos que requieren, cada una de estas técnicas busca aproximar un comportamiento concreto de la luz, en vez de intentar simularla por completo. Así, algunos de los métodos de Iluminación Global más conocidos son:

### Trazado de rayos (ray tracing)

El trazado de rayos modeliza interacciones especulares perfectas entre objetos, basadas en el concepto de reflexión especular anteriormente tratado. Esto es, para aliviar la complejidad computacional del algoritmo, este método supone que la interacción lumínica entre objetos se reduce única y exclusivamente a reflexiones especulares, sin producirse reflexión difusa. Dicha presunción tiene como resultado que toda la energía que llega a un objeto es reflejada en una única dirección, desde un centro puntual de reflexión, salvo aquella que es absorbida por el material del objeto.

Esta aproximación nos permite simular de forma extremadamente realista efectos ópticos tales como luces cáusticas o reflexiones entre objetos (materiales cromados e incluso espejos). Los algoritmos de trazado de rayos son fuertemente dependientes de la posición de la cámara, puesto que dependiendo de ésta cambiarán las interacciones entre los objetos. Esto obliga a aplicar el algoritmo sobre la escena cada vez que los objetos cambien, o cambie la cámara respecto a los mismos.

El trazado de rayos tiene una ventaja clara, y es la posibilidad de simular reflexiones de gran calidad con un grado de iteración definible (por ejemplo, dos espejos situados uno frente a otro), así como efectos ópticos muy realistas. Sin embargo, adolece de un coste computacional elevado (si bien no tanto como otros métodos), y no es adecuado para escenas que no sean puramente especulares (con materiales cromados y muy pulidos).

El uso de este tipo de algoritmo será por tanto, por norma general, de forma local a ciertas partes concretas de la escena en las que nos interesa un cálculo especular más preciso. De este modo ahorraremos recursos, y permitiremos que se apliquen otros modelos de iluminación global al resto de la escena.

## **Radiosidad (radiosity)**

El método de radiosidad del que nos ocuparemos en este texto se puede considerar complementario al ya mencionado de *trazado de rayos*. Trata con reflexiones difusas ideales, de forma que no permite modelar efectos ópticos de ningún tipo, ya sean simples espejos. Sin embargo, este método supone una representación muy real de la iluminación general de una escena, en aquello de lo que adolece el trazado de rayos.

Nuestros algoritmos de radiosidad supondrán materiales mate que no producen reflexiones especulares, en los que toda la energía recibida es reflejada (salvo aquella que se absorbe) por igual a lo largo de toda la superficie del objeto a tratar. De forma adicional, este comportamiento permite modelar el efecto conocido como *trasvase de color*, explicado anteriormente.

La ventaja de la radiosidad radica en los resultados que produce, de mucha calidad, y en que hace innecesario recalcular la iluminación de la escena cuando se produce un cambio en la posición de la cámara, al contrario que el trazado de rayos. Por contra, adolece de una gran carga computacional que hace el método muy “caro” para su uso en escenas en las que la calidad extrema no es un requisito, y es muy sensible a los cambios de posición o de forma en los objetos.

## **Monte Carlo y otros algoritmos**

Existen otros algoritmos como *Monte Carlo*, que se basan en modelos teóricos y estadísticos, y que intentan simular distintos fenómenos ópticos. En particular, el mencionado permite calcular imágenes muy realistas con un coste aceptable, en las que se mezclan conceptos de trazado de rayos y radiosidad, centrándose aún así en los mismos efectos ópticos que el primero.

### 3 Algoritmos de radiosidad

La radiosidad, como se ha explicado, es un método que intenta resolver las interacciones de la luz que se producen en una escena. Todos los objetos de la escena se consideran como luces potenciales, teniendo algunos luz propia, como son las fuentes de luz (luz directa) y otros no, pese a que pueden reflejar la luz proveniente de otros objetos (luz indirecta).

Una primera aproximación para abaratar el coste computacional consiste en que la interacción producida entre los objetos sea puramente difusa, y que todos los rayos de luz sean reflejados de forma homogénea y con la misma intensidad en todas direcciones. Ésto implicará que los cálculos que se realicen sean **independientes de la posición de la cámara**.

#### La ecuación de radiosidad

De este modo el cálculo de la radiosidad se define como la energía por unidad de área que emite una superficie por unidad de tiempo, que no es más que la suma de la emitida por la superficie (luz directa, fuentes de luz) y la energía reflejada proveniente de otras superficies:

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{E}_i + \mathbf{R}_i \int \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ij}$$

Es decir:

radiosidad = energía emitida + energía reflejada

Disecionando dicha ecuación, tenemos que:

- $\mathbf{E}_i$ : energía por unidad de área por unidad de tiempo de un *corrector*.
- $\mathbf{R}_i$ : reflectividad del *corrector*.
- $\mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ij} d\mathbf{A}_j$ : energía transmitida del *corrector j* al *corrector i*.
- $\mathbf{F}_{ji}$ : *factor de forma* que depende de la geometría de los correctores *i* y *j*. Mide la cantidad de energía que emitida por *j* llega a *i*.

Esto es lo que conocemos comúnmente por *ecuación de radiosidad*. Esta ecuación tiene un grave problema. Dado que trabaja con una integral, presupone una realidad continua que obviamente es inabordable desde el punto de vista computacional. Es por ello que nos veremos obligados a discretizar nuestro mundo particular para que dicha ecuación pueda transformarse en algo más sencillo, que sirva para un número finito de elementos. Así:

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{E}_i + \mathbf{R}_i \sum \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ij}$$

donde las variables de nuestra ecuación son las mismas mencionadas anteriormente, y la integral ha sido sustituida por un sumatorio.

De este modo se hace patente la necesidad de discretizar nuestra escena en un número finito de elementos, de forma que podamos calcular nuestra ecuación para cada uno de ellos. Obtendremos por tanto una ecuación matricial con este aspecto:

$$\begin{bmatrix} 1 - R_1 F_{11} & -R_1 F_{12} & -R_1 F_{13} & \cdots & -R_1 F_{1n} \\ -R_2 F_{21} & 1 - R_2 F_{22} & -R_2 F_{23} & \cdots & -R_2 F_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -R_n F_{n1} & -R_n F_{n2} & -R_n F_{n3} & \cdots & 1 - R_n F_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_n \end{bmatrix}$$

Figura 5: ecuación matricial discreta de radiosidad.

en la que cada fila de la matriz representará la interrelación lumínica de un *corrector* o elemento continuo de iluminación con el resto de correctores de nuestra escena. Más adelante daremos más detalles de las técnicas disponibles para discretizar una escena 3D.

El cálculo de la ecuación de radiosidad implica a su vez calcular variables distintas de forma independiente.  $R_i$  es un factor multiplicativo de reflexión, que es dependiente del material del objeto tratado. De esta forma,  $R_i$  es un valor conocido y almacenado por cada objeto de nuestra escena. Sin embargo,  $F_{ij}$  es una variable mucho más compleja que implica cálculos de extraordinaria complejidad. Se denomina factor de forma, y modela la relación espacial entre dos objetos en términos de distancia y ángulo entre sus normales. De esta forma, tenemos un parámetro indicativo de la cantidad de luz reflejada por un corrector  $j$  que alcanza el corrector  $i$  que esta siendo analizado. La figura 6 muestra gráficamente esta relación entre correctores.

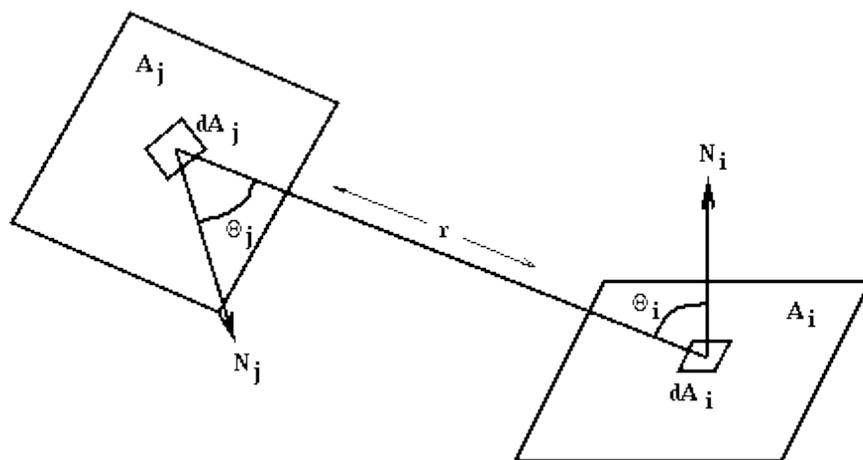


Figura 6: factor de forma entre dos correctores.

Una definición más formal del factor de forma entre dos correctores  $A_i$  y  $A_j$  es la proporción de energía que desde  $A_i$  alcanza  $A_j$  respecto del total de energía que abandona  $A_i$ . Expresado en forma de ecuación:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \Theta_i \cos \Theta_j}{\Pi r^2} dA_j dA_i$$

Figura 7: ecuación para el cálculo de factor de forma.

Los primeros intentos de producir una solución de radiosidad evaluaban analíticamente las integrales para correctores de forma muy simple, y sin ningún corrector que ocluyese parcialmente la visibilidad de un corrector desde otro. De este modo, solamente se pueden manejar escenas muy simples. Otras aproximaciones utilizan métodos de integración numérica, pero de nuevo tienen el hándicap de incluir fácilmente correctores oclusores. Los métodos más utilizados hoy día se basan en la hemiesfera, y su posterior evolución, el hemicubo, así como otros métodos como el ya mencionado algoritmo de Monte Carlo.

## El método del hemicubo

Este es un método eficiente pero aproximado que resuelve el problema de los correctores que intervienen en la visibilidad en el cálculo del factor de forma. Se basa en dos justificaciones subyacentes:

1. Si la distancia  $r$  entre dos correctores es grande comparada con el área del corrector, entonces el valor de la integral interior no cambia mucho en el rango de la integral exterior (asumiendo que no hay correctores entre medias). Así, el efecto de la integral exterior y la división por  $A_i$  se reduce a una multiplicación por la unidad. Aproximadamente:

$$F_{ij} \approx F_{dA_i A_j} = \int_{A_j} \frac{\cos \Theta_i \cos \Theta_j}{\Pi r^2} dA_j$$

Figura 8: ecuación aproximada del factor de forma.

Esto es, el factor de forma de un área a otra, es aproximadamente el factor de forma diferencial de un área a otra.

2. La segunda justificación se basa en el **análogo de Nusselt**. Afirma que considerar la proyección de un corrector  $A_j$  sobre la superficie de una hemiesfera que rodea  $dA_i$  es equivalente a considerar el corrector en sí mismo. Adicionalmente, los correctores que producen la misma proyección en la hemiesfera tienen el mismo factor de forma. Es por esto que los correctores A, B y C en la figura 9 tienen el mismo factor de forma. De este modo, el método del hemicubo, basado en la hemiesfera, evalúa el factor de forma del corrector calculando el factor de forma de la proyección del corrector sobre el hemicubo.

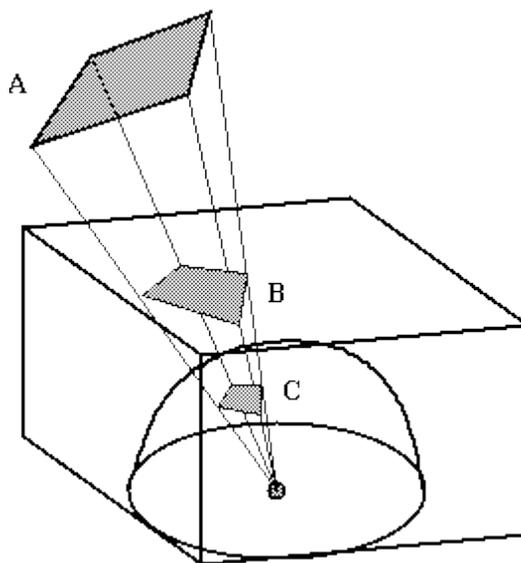


Figura 9: cálculo del factor de forma mediante la aproximación de la hemiesfera.

El hemicubo se construye alrededor del centro del corrector, con el eje Z del mismo coincidente con la normal del corrector. Las caras del hemicubo se dividen en pequeños elementos, habitualmente denominados “píxeles”, lo cual es confuso ya que se sitúan en el espacio de los objetos.

Cada corrector en el entorno es proyectado sobre el hemicubo. Se comparará la distancia de dos correctores que se proyecten sobre el mismo “píxel”, y el más lejano es descartado, ya que no puede ser visto desde el corrector receptor. Se mantiene una lista con los correctores más cercanos vistos desde cada “píxel”.

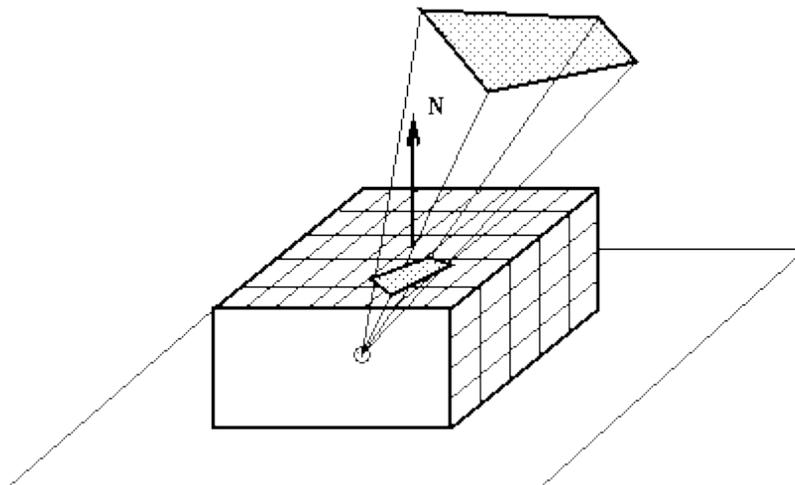


Figura 10: proyección de un corrector sobre el hemicubo.

Cada “píxel” del hemicubo es considerado un pequeño corrector y se define para cada uno un factor de forma diferencial de área finita, conocido como “factor de forma delta”, tal que:

$$\begin{aligned}\Delta_{dA_i A_j} &= \frac{\cos \Theta_i \cos \Theta_j}{\Pi r^2} \Delta A \\ &= \Delta F_q\end{aligned}$$

where  $\Delta A =$  area of 'pixel'

Figura 11: factor de forma delta.

Estos factores de forma pueden ser precalculados y almacenados en una tabla para su posterior consulta. Así, encontrar el factor de forma de un corrector se reduce a proyectarlo sobre los lados del hemisferio, encontrar qué "píxeles" intersecciona, y sumar los factores de forma para cada "píxel" sobre el que se proyecta.

El problema de los correctores oclusores se resuelve fácilmente con el método del hemisferio. Cada corrector  $A_j$  se proyecta sobre el hemisferio del corrector  $A_i$ . Si sobre un "píxel" se proyectan dos correctores, se comparan sus distancias y se guarda una etiqueta para el corrector más cercano en un buffer. En todo momento el citado buffer contiene una etiqueta referenciando al corrector más cercano encontrado hasta el momento para ese "píxel". De este modo calculamos el factor de forma:

$$F_{ij} = \sum_q \Delta F_q$$

Figura 12: cálculo sencillo del factor de forma de un corrector.

donde  $q$  es el conjunto de "píxeles" sobre los que se proyecta el corrector  $A_i$ , y además es el más cercano en esa dirección.

Precalcular los factores de forma  $F_q$  es relativamente sencillo. Por ejemplo, consideremos un "píxel" en la parte superior del hemisferio:

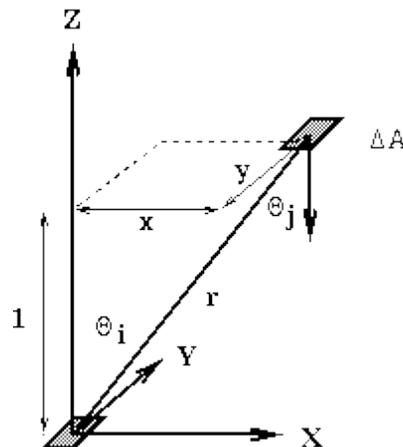


Figura 13: ejemplo de precálculo de los factores de forma.

entonces:

$$\begin{aligned}\cos \Theta_i &= \cos \Theta_j \\ &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}\end{aligned}$$

Figura 14: precálculo de los factores de forma.

sabiendo que  $r^2 = x^2 + y^2 + 1$ , entonces:

$$\Delta F_q = \frac{1}{\Pi(x^2 + y^2 + 1)^2} \Delta A$$

Figura 15: ecuación para el cálculo de los factores de forma.

Los factores de forma han de calcularse iterativamente para cada corrector de la escena con respecto al resto de correctores. Esto supone un proceso iterativo que puede afrontarse de dos formas distintas, dando lugar a los algoritmos conocidos como *radiosidad clásica* y *radiosidad progresiva* que veremos a continuación.

## Radiosidad clásica

La radiosidad clásica se basa en el concepto de la *recolección de energía* o *gathering* en inglés. Básicamente, consiste en comprobar iterativamente, corrector a corrector, qué cantidad de energía proveniente del resto de correctores de la escena llega al corrector que está siendo analizado.

La forma analítica de diseñar este algoritmo es sencilla. Simplemente calcularemos en cada iteración una fila de nuestra ecuación matricial de radiosidad. Esto es equivalente a “recolectar” la energía que recibimos en el corrector  $i$ ésimo desde los  $n - 1$  correctores restantes. Esta forma de abordar el problema tiene el conveniente de que no produce resultados visibles hasta que no se han completado todas las iteraciones.

## Radiosidad progresiva

La radiosidad progresiva o de *refinamiento progresivo* es una aproximación al cálculo de la solución de radiosidad inversa a la clásica. En un algoritmo de este tipo recorreremos los  $n$  correctores de una escena, emitiendo la energía contenida en los mismos hacia el resto de la escena. Así, en cada iteración actualizaremos la cantidad de energía recibida por **todos** los correctores de la escena. Esto es equivalente a calcular una columna de la ecuación matricial de radiosidad en cada pasada del algoritmo.

La ventaja de este método es que permite obtener resultados intermedios en cada iteración. Gracias a una componente ambiental inicial, que se decrementa en cada pasada, hasta hacerse nula al terminar, podemos obtener previsualizaciones cada vez más fiables de la imagen final. Dichas previsualizaciones mezclarán la componente ambiental con la solución de radiosidad parcial que ha sido calculada hasta ese momento. Una vez consideremos que la solución tiene la suficiente calidad, o lleguemos a un límite prefijado de iteraciones, eliminaremos la componente ambiental (que se habrá ido reduciendo), de forma que la iluminación final vendrá determinada única y exclusivamente por la solución de radiosidad. Podemos observar un ejemplo de este proceso en la figura 16.



Figura 16: imágenes obtenidas con radiosidad progresiva tras 1, 2 y 3 pasadas respectivamente.

## Representación de la escena

Una vez calculada la solución de radiosidad, el siguiente paso será representar la imagen de la escena 3D. Utilizamos un algoritmo de representación relativamente convencional. Proyectamos cada objeto de la escena sobre un plano de imagen, y gracias a los parámetros de la cámara y a un algoritmo de cálculo de superficies visibles (por ejemplo, *Buffer Z*), determinamos a qué objetos de la escena corresponde cada píxel de la imagen. Dicho algoritmo almacenará un identificador numérico para cada objeto, en vez de valores de intensidad. Esta es una variación del algoritmo conocida como *buffer de elementos*.

Es importante notar que nuestro proceso de representación ha de trabajar no con una escena 3D convencional, sino con una escena remodelada y con una solución de radiosidad de la que dependerá la intensidad de los píxeles de nuestra imagen. Esto nos permitirá tener una intuición inicial de la escena, pero totalmente dependiente del proceso de remallado. Es por eso que debemos aplicar algún algoritmo de sombreado, como el método de *Goraud*, para obtener los valores de radiosidad en los vértices de los correctores.

### Interpolación bilineal

Tras obtener los valores de radiosidad en cada vértice, usamos un método de *interpolación bilineal* para determinar la radiosidad en cada píxel de nuestra representación final. La interpolación bilineal nos asegura continuidad de primer orden en las aristas de los correctores.

Para realizar dicha interpolación, se determina el punto de intersección entre un “rayo” lanzado desde el punto de visión a través del píxel, hasta el corrector. Este proceso nos dará las coordenadas de la intersección,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , posiciones que habrá que transformar al sistema de coordenadas  $u$ ,  $v$  del objeto.

El valor de la radiosidad de un corrector es transferido, como se ha explicado, a sus vértices. Dicho valor es promediado con el valor de radiancia de los correctores a los que pertenece ese vértice. Es decir, dos correctores que comparten una arista y son por tanto adyacentes, tendrán a su vez dos vértices (los pertenecientes a la citada arista) en común, y la radiosidad en los mismos ha de ser calculada como la media de la radiosidad en ambos correctores. Por último, estos valores calculados son los que se utilizarán para realizar una interpolación bilineal dentro de los propios correctores. Como dicha interpolación se realiza en el espacio del objeto, los valores interpolados siguen siendo los mismos cuando cambia la posición de la vista.

### Investigaciones actuales en el campo de la radiosidad

El método de radiosidad tiene algunos problemas con los que deberemos lidiar. Quizás el peor de todos es que es fuertemente dependiente de la geometría de la escena, esto es, cualquier modificación de posición o forma de un objeto nos obligará a recalculamos la solución de radiosidad, un proceso, como ya hemos visto, muy costoso.

Podemos distinguir tres tipos de modificaciones que nos interesan en una escena 3D:

- Cambios en el material de los objetos. Supondrán recalculamos la solución de radiosidad para los correctores en los que influya el cambio de material, mientras que los factores de forma permanecen invariantes, por lo que no será necesario calcularlos de nuevo.

- Cambios en la posición de la cámara. Esto implica un movimiento de la cámara relativo a la escena, o bien un movimiento de la escena completa (todos los objetos, incluyendo luminarias) respecto a la cámara. Dado que los valores de radiosidad de un corrector son dependientes tan sólo de su posición en la escena y de las fuentes de luz, y que los valores obtenidos mediante interpolación bilineal para cada punto del mismo son relativos única y exclusivamente a su sistema de coordenadas local, un cambio de este tipo no implica la reconstrucción de la solución de radiosidad. En este caso, simplemente representaremos de nuevo la escena desde la vista deseada.
- Cambios en la geometría o posición de los objetos. Es sin duda el cambio más costoso que se puede producir, aquel por el que los objetos se muevan, desaparezcan, o cambien de forma. Este caso particular nos obligará recalcular los factores de forma, y por tanto, la solución completa de radiosidad, con lo que eso implica.

Precisamente en este último punto es donde más investigaciones se están llevando a cabo, para conseguir una interacción con el usuario que sea aceptable. Hasta la fecha se conocen dos métodos para minimizar el coste de los nuevos cálculos, el algoritmo del “*back buffer*” propuesto por Baum, y el algoritmo de *radiosidad incremental y redistribución*, propuesto por Chen.

El primero de ellos permite de una forma relativamente sencilla abaratar costes y eliminar un gran volumen de cálculo distinguiendo de antemano qué objetos cambiarán en nuestra escena y cuáles serán estáticos. De esta forma, determinaremos un volumen que rodee aquellos objetos que permanecen estáticos en el tiempo en nuestra escena. Cuando se produzcan cambios, no será necesario recalcular el factor de forma entre objetos comprendidos dentro de ese volumen, sino tan sólo entre objetos que han cambiado, y entre correctores estáticos que tienen visibilidad directa sobre correctores dinámicos.

El método de Chen permite incertidumbre acerca de los objetos que cambiarán en nuestra escena, eliminando así el requisito del algoritmo de “*back buffer*”, para lo cual se basa en el concepto de radiosidad progresiva.

Estos algoritmos nos permitirán tener un cierto grado de libertad a la hora de utilizar radiosidad en escenas dinámicas, si bien no son ninguna solución milagrosa. Su explicación detallada queda fuera del ámbito de este texto.

Por otro lado, como se ha discutido ya, el método de radiosidad no permite cálculos de reflexiones especulares entre objetos. Algunas investigaciones proponen alternativas para integrar una componente especular en la solución, si bien algunos tienen el inconveniente de que pierden la independencia de la vista.

*Radiosidad*

## 4 Técnicas de discretización de la escena

Como se ha explicado anteriormente, es necesario discretizar nuestra escena en un número finito de elementos denominados *correctores*, para poder aplicar sobre ellos la ecuación discreta de radiosidad.

Una primera aproximación intuitiva y sencilla al remallado puede ser el método de *remallado uniforme*, consistente en la partición de las superficies en una red regular de correctores rectangulares. La radiosidad se calcula respecto del centro de cada uno de esos correctores. La resolución de dicha red influirá en la exactitud y rapidez del cálculo de la solución de radiosidad.

Conseguir una resolución apropiada para cada superficie no es una tarea fácil. Desgraciadamente, esta técnica es bastante ineficiente, y adicionalmente no soluciona el problema de las discontinuidades que se puede producir cuando dos correctores adyacentes de la escena tienen valores de radiosidad muy distintos.

Si queremos ser más rigurosos a la hora de discretizar nuestra escena y obtener por tanto mejores resultados en la solución de radiosidad, deberemos utilizar otros métodos de remallado. Dependiendo del momento en el que discreticemos nuestros objetos podemos clasificar estos métodos en *a priori* o *a posteriori*.

- **A priori:** con los métodos de remallado a priori, éste se completa **antes** de generar la solución de radiosidad. Esto implica que debemos predecir dónde pueden ocurrir las discontinuidades en la iluminación y reconstruir en consecuencia.
- **A posteriori:** en este caso en primer lugar se calcula una solución orientativa tras un remallado a priori inicial. Dicho remallado inicial se refina en cada iteración, obteniendo una nueva malla ajustada a los resultados obtenidos en el cálculo de la solución.

### A posteriori: remallado adaptativo

Cohen (1986) presentó un método de *modelado adaptativo* o *subestructuraciones* adecuado para su uso con la matriz completa de la solución de radiosidad (radiosidad clásica). Sin embargo, se vió un uso muy interesante de esta técnica en conjunción con el modelo de *radiosidad progresiva*, de forma que en cada iteración, dependiendo del nuevo cálculo de radiosidad, nuestra malla de correctores sea cada vez más refinada y precisa.

No es necesario que la malla sea tan refinada como para permitir representar todas las variaciones de iluminación en las superficies, también se pretende minimizar el costo de procesamiento, cuadrático respecto al número de correctores. Una buena observación que nos

puede permitir optimizar los cálculos consiste en el hecho de que, si bien podemos necesitar un nivel de refinamiento alto en los correctores para capturar los detalles de la iluminación, para emitir energía no es necesario utilizar tanto detalle, y podemos usar correctores más grandes.

La subestructuración se basa en esta idea. La escena se particiona inicialmente en correctores grandes, que serán los que emitan energía en el proceso de cálculo de la solución. Posteriormente, subdividiremos estos correctores en elementos más pequeños según necesitemos aumentar el nivel de detalle.

Partiremos de una subdivisión inicial de la escena, sin especificar, para calcular una solución de radiosidad completa. Con ésta solución, recorreremos los correctores existentes comparando su valor de radiosidad con el valor de los adyacentes. Si existe una diferencia tal entre dichos valores que supere un umbral prefijado, subdividiremos los correctores en elementos, para aumentar la resolución de la malla y poder modelar así los cambios de iluminación de forma precisa.

Calculamos la radiosidad en los nuevos elementos como si fuesen correctores normales, siguiendo la fórmula:

$$\mathbf{B}_{ie} = \mathbf{E}_{ie} + \mathbf{R}_{ie} \sum \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{iej}$$

$B_{ie}$ ,  $E_{ie}$ , y  $R_{ie}$  son la radiosidad, emisión, y reflectividad de los elementos de un parche  $i$ ,  $B_j$  es la radiosidad del corrector  $j$ , y  $F_{iej}$  es el factor de forma desde el elemento  $i_e$  al corrector  $j$ .

El parámetro  $B_j$  ya es conocido y  $F_{iej}$  puede ser calculado usando el método del hemisferio sobre el elemento. Una vez se ha obtenido la radiosidad del nuevo elemento, la radiosidad de los correctores puede ser aproximada de forma más precisa en cualquier iteración:

$$\mathbf{B}_i = 1/A_i \sum_e \mathbf{B}_{ie} \cdot \mathbf{A}_{ie}$$

donde  $B_i$  y  $A_i$  son la radiosidad y el área del parche respectivamente, y  $B_{ie}$  y  $A_{ie}$  son la radiosidad y el área del elemento  $e$  del parche  $i$ .

Podemos continuar iterando para dividir los elementos que aún necesiten un refinamiento mayor, según el método que se ha explicado. Si asumimos que los correctores son rectangulares, podremos almacenar la subdivisión en elementos en una estructura en forma de árbol (*quad-tree*) para cada uno.

Partiendo de  $N$  correctores iniciales, y  $M$  elementos finales, entonces en el cálculo de la solución, computaremos  $N \times M$  factores de forma, lo cual es razonablemente menor que  $M \times M$ , sabiendo de antemano que tendremos muchos más elementos que correctores.

Utilizaremos una idea similar para el refinamiento progresivo. Los correctores emitirán energía, y en cada iteración seleccionaremos el corrector con más energía por liberar, para esparcirla por la escena. Si encontramos fuertes diferencias en los valores de radiosidad de los elementos de la escena, subdividimos y de nuevo emitimos energía desde el corrector actual. En las siguientes figuras observamos la malla de una escena obtenida con esta técnica de ramallado, y una representación de la misma:

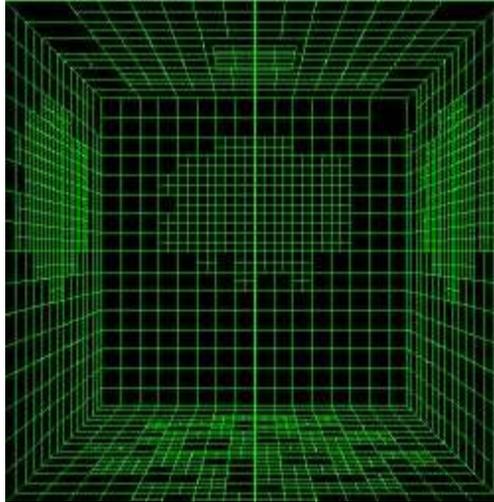


Figura 17: malla poligonal de una escena, obtenida con remallado adaptativo.



Figura 18: representación de la escena anterior, sin interpolación bilineal.

## **A posteriori: radiosidad jerárquica y modelado de discontinuidades**

### **Radiosidad jerárquica**

La radiosidad jerárquica (Hanrahan, 1991) toma la idea expuesta anteriormente y la lleva un paso más allá. Mientras que la subestructuración representa el cambio de energía desde los correctores a los elementos sin reparar en la importancia de la interacción individual, el método que nos ocupa crea una jerarquía de elementos en cada corrector, y permite conectarlos con otros elementos en un nivel de subdivisión en el que la interacción sea óptima.

Inicialmente utilizaremos correctores muy bastos. Tomamos un par de ellos para intercambiar energía. Comprobamos el factor de forma entre ambos, y si éste es grande, habrá potencialmente un error en el intercambio. En tal caso, subdividimos los correctores en elementos, y realizamos la comprobación anterior para cada uno de ellos, contemplando todas las posibles combinaciones. Repetimos este proceso hasta que dos elementos tienen un factor de forma lo suficientemente reducido o el área de los elementos es muy pequeña. Durante el proceso iremos construyendo una jerarquía para cada corrector, utilizando por ejemplo *quad-trees*, o cualquier otra estructura. Como se ha indicado, las interacciones finales pueden producirse entre cualquier nivel en ambas jerarquías, y estos enlaces son los que permitirán, finalmente, el intercambio de energía.

Dado que el análisis de la escena para comprobar si es necesario subdividir un corrector se basa en el cálculo de los factores de forma, este método es independiente de la solución de radiosidad, y si bien como ampliación de la subdivisión adaptativa puede usarse a posteriori, también es posible utilizarlo como un método a priori.

Para cada par de correctores  $i$  y  $j$  cercanos, las hojas del árbol construido tendrán múltiples enlaces, mientras que si  $j$  está más alejado, el intercambio de energía se realizará a niveles más altos de la jerarquía, suponiendo una interacción colectiva.

El algoritmo se ejecuta en dos etapas. Primero se construye la jerarquía explicada sobre cada corrector inicial, y se establecen todos los enlaces entre elementos. Posteriormente, por un proceso iterativo, se distribuye la radiosidad a lo largo de los enlaces ya calculados.

Para construir la mencionada jerarquía y los enlaces entre niveles, refinamos de la siguiente forma para cada par de correctores iniciales:

```

void refine (p, q , F_eps, A_eps)
{
    estimate F_pq and F_qp;
    if (F_pq < F_eps and F_qp < F_eps)
        link (p, q);
    else
    {
        if (F_pq > F_qp and A_p > A_eps)
            for each child c of p
                refine(p_c, q, F_eps, A_eps);
        else if ( A_q > A_eps)
            for each child c of q
                refine(p, q_c, F_eps, A_eps );
        else
            link(p,q)
    }
}

```

Aquí,  $F_{eps}$  y  $A_{eps}$  representan el límite sobre el máximo factor de forma entre los dos correctores y el mínimo área de subdivisión.

La parte más costosa del proceso es el cálculo de los factores de forma entre cada enlace. Se han de repetir en tantas ocasiones que no resulta práctico buscar la exactitud. En su lugar utilizaremos aproximaciones como la siguiente:

$$F_{ij} = (\cos \theta_i \cos \theta_j A_j) / (r^2 + A_j)$$

Hasta ahora no hemos tenido en cuenta la visibilidad entre los correctores. Esto es esencial para cualquier escena compleja. Al considerar enlaces entre pares de correctores en vez de entre un corrector y el resto del entorno, la aproximación del hemicubo es excesiva. La técnica del *ray casting* es mucho más apropiada en esta situación. Se proyecta un número determinado de rayos entre cada par para realizar una estimación de la visibilidad. Podemos realizar este cálculo bien tras subdividir basándonos exclusivamente en los factores de forma, en cuyo caso ajustaremos el valor calculado con la estimación de visibilidad, bien durante el propio proceso de refinamiento, mientras se construye la jerarquía. Ésta última forma de hacer el cálculo se puede aprovechar para capturar con más exactitud los bordes de las sombras.

Una vez consideremos adecuados los enlaces propagaremos la radiosidad en un proceso iterativo. En cada una de esas iteraciones recogeremos la radiosidad en cada corrector a través de sus enlaces. La contribución de un enlace del corrector  $i$  para algún otro corrector  $j$  se puede calcular como:  $B_i \rightarrow R_i F_{ij} B_j$ . A continuación planteamos un pseudocódigo de ejemplo, en el que  $B_g$  denota la radiosidad obtenida por un corrector en cada iteración:

## Radiosidad

```
void gather (patch p)
{
    Bgp = 0;
    for each link of p connecting to patch j
        Bgp += rpFpjBj;
    for each child c of p
        gather(pc)
}
```

Cada elemento, sin embargo, sólo se enlaza a un subconjunto de la escena. Para obtener una representación de la energía total recibida en la región necesitamos tener en cuenta toda la energía obtenida en los enlaces a todos los niveles de la jerarquía. Un recorrido en profundidad desde la cima del árbol permite actualizar la energía en cada iteración. Ésta es traspasada de forma descendente hasta los nodos hoja. Posteriormente se reenvía a la raíz usando esta vez una media del peso de cada área, completando así la actualización para todo el corrector. A continuación observamos dos escenas en modo alambre construidas con modelado adaptativo y radiosidad jerárquica, respectivamente:

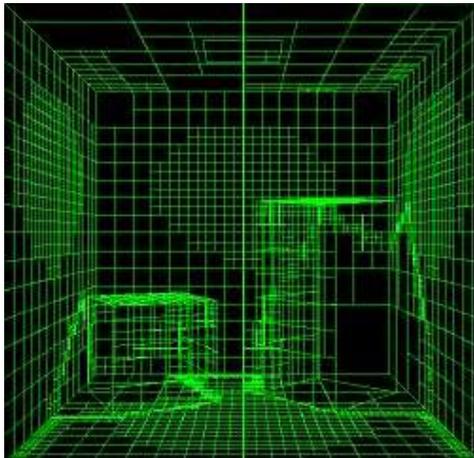


Figura 19: escena construida con modelado adaptativo.

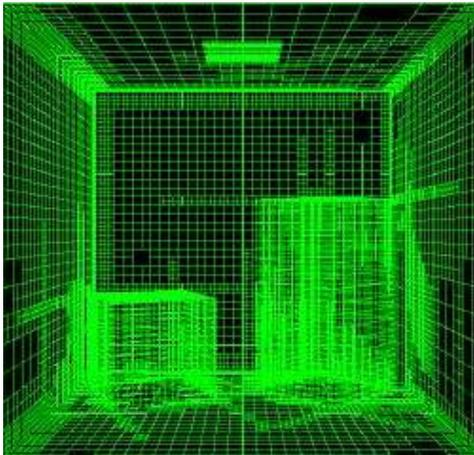


Figura 20: escena construida con radiosidad jerárquica.

## Modelado de discontinuidades

### Discontinuidades $D^0$

Por definición, éstas son discontinuidades de la función en sí misma (discontinuidades por valor). Son provocadas por aristas o vértices de ocluidores (o la fuente de luz) en contacto con un receptor  $S_i$ . Pueden ocurrir tanto a lo largo de segmentos lineales como de forma puntual.

Las discontinuidades  $D^0$  también pueden ocurrir a lo largo de los bordes de una sombra proyectada por fuentes de luz puntuales. En este caso no hay regiones de penumbra y la transición desde la umbra a una región no ocluida (oculta) es discontinua. Para ser concisos, discutiremos sólo fuentes de luz de área finita. El correcto tratamiento de **fuentes de luz puntuales** es más sencillo, y será evidente según avancemos, ya que sólo requiere una extensión a nuestro método. En un entorno con  $m$  aristas, sin polígonos que se atraviesen entre sí, ni fuentes de luz puntual, pueden existir discontinuidades  $D^0$  de complejidad  $O(m^2)$ , ya que es posible que cada  $O(m)$  aristas yazcan sobre  $O(m)$  caras.

Fallos en la inclusión de líneas  $D^0$  en la malla puede causar severas filtraciones de luz y sombra en imágenes generadas mediante radiosidad. Esto ocurre ya que en la etapa de representación los valores de radiosidad son interpolados de forma continua (lineal) entre los puntos pertenecientes a dos lados distintos de una discontinuidad. Tenemos ejemplos de estos tipos de filtración en las figuras 21 y 22. Se debería prestar especial atención a los puntos  $D^0$ , como los puntos A y B en la figura 23. La función de radiancia en estos puntos es singular, de forma que no se les puede asignar un sólo valor de radiosidad. A día de hoy, no se conoce ningún método que trate con puntos  $D^0$  correctamente.

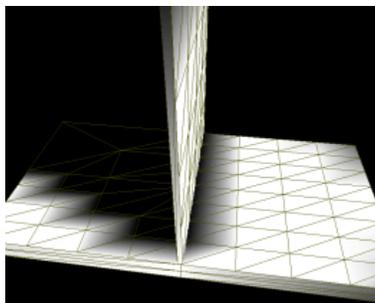


Figura 21: filtración de sombra.

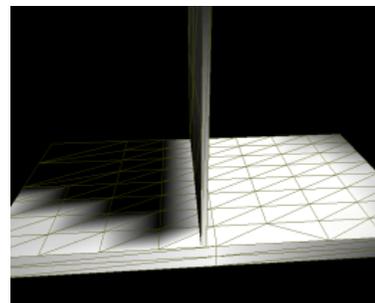


Figura 22: filtración de luz.

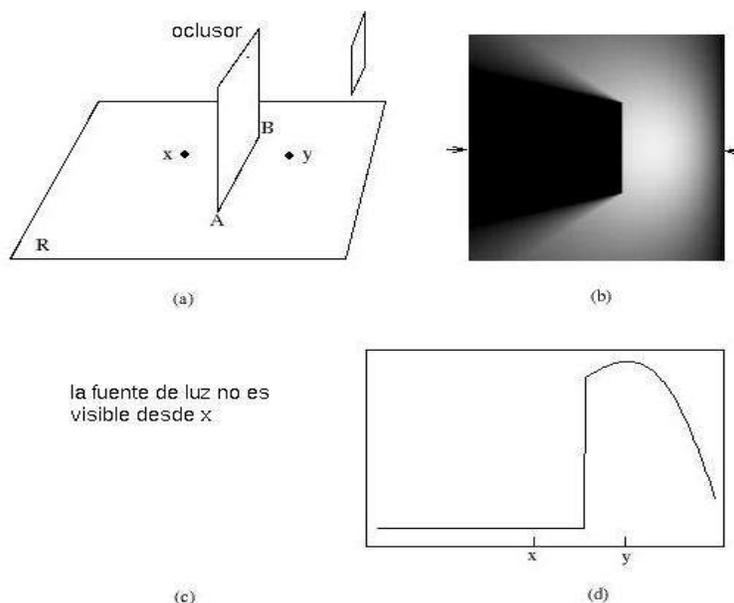


Figura 23: puntos de discontinuidad  $D^0$ . (a) la arista AB del ocluidor yace sobre el receptor. (b) la función de radiancia sobre el receptor. (d) la función de radiancia sobre la línea que une x e y.

### Discontinuidades $D^1$ y $D^2$

Éstas son discontinuidades en la primera y segunda derivada de la función, respectivamente. Son provocadas por aristas y vértices de ocluidores que no son coincidentes con el receptor, pero que intervienen entre él y la fuente de luz, causando cambios abruptos en la visibilidad de la misma. Estos cambios de visibilidad (también conocidos como eventos visuales) han sido estudiados en la literatura de geometría computacional así como de la visión por ordenador. Los eventos visuales en un entorno polihédrico pueden clasificarse en dos tipos: arista-vértice (AV) y arista-arista-arista (AAA).

Los eventos AV ocurren en un subconjunto del plano definido por una arista y un vértice completa o parcialmente visibles. El conjunto de puntos en la intersección del plano receptor y el plano anteriormente definido, en los que coinciden la proyección tanto del vértice como de la arista desde el propio vértice, forman lo que se denomina una superficie crítica. Los cambios de visibilidad en el receptor ocurren a lo largo de las curvas de intersección entre el plano receptor y las superficies críticas. Estas curvas críticas son segmentos lineales en el caso de un evento AV. Se corresponden tanto con discontinuidades  $D^1$  como  $D^2$ , tal y como se demuestra en las figuras 24 y 25. Las discontinuidades  $D^1$  se perciben en forma de bandas en el receptor. Las discontinuidades  $D^2$  fuertes también son apreciables.

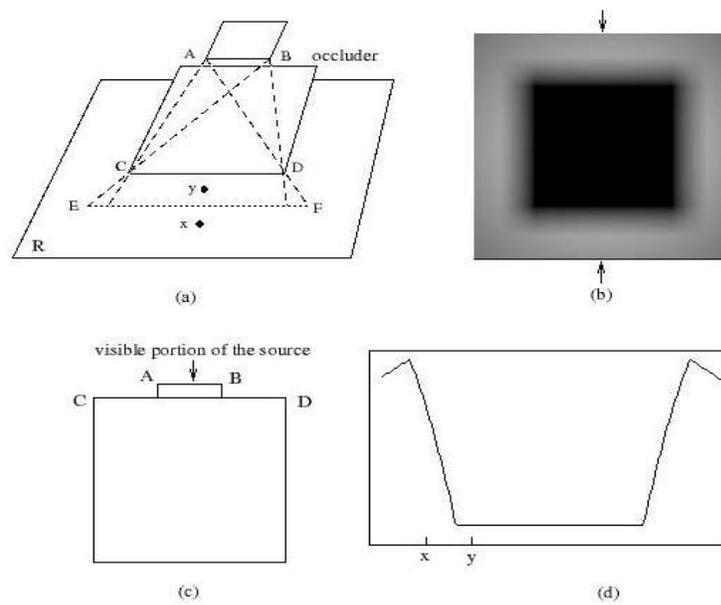


Figura 24: puntos de discontinuidad  $D^1$  causados por eventos AV. (a) la arista AB de la fuente es coplanar con la arista CD del ocluidor. El plano que atraviesa ambas intersecciona el receptor a lo largo de EF. (b) la función de radiancia sobre el receptor. (c) el ocluidor y la fuente de luz son visibles desde x. (d) la función de radiancia sobre la línea que une x e y.

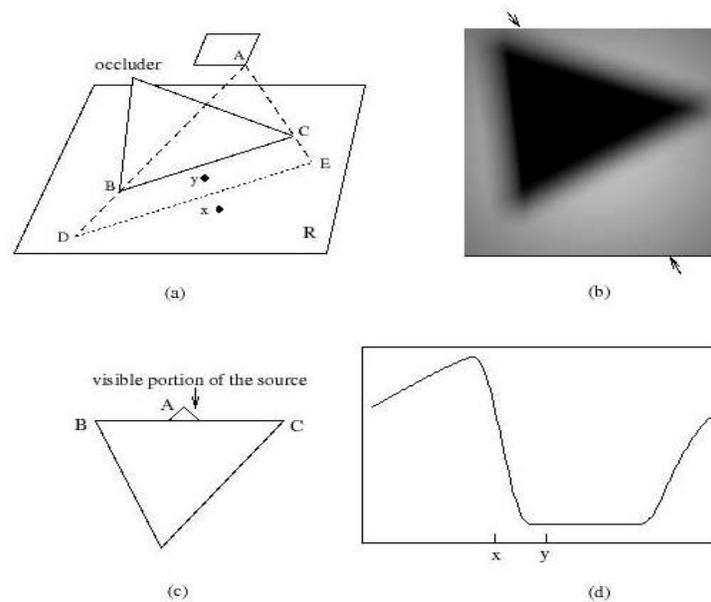


Figura 25: puntos de discontinuidad  $D^2$  causados por un evento AV. (a) superficie crítica definida por el vértice A y la arista BC que forman un plano que intersecciona el receptor en DE. (b) la función de radiancia sobre el receptor. (c) el ocluidor y la fuente de luz son visibles desde x. (d) la función de radiancia sobre la línea que une x e y.

Los eventos AAA ocurren en un subconjunto de superficies cuadráticas definidas por la familia de líneas que unen tres aristas visibles entre ellas. Una de esas aristas formará parte de una fuente emisora de luz, mientras que las otras dos serán parte de correctores oclusores. La superficie crítica es el conjunto de todos los puntos desde los que las tres aristas son visibles y la línea que las une intersecciona con el plano receptor en dichos puntos. Las curvas críticas son cónicas, y generalmente se corresponden con discontinuidades  $D^2$ , como se demuestra en la figura 26.

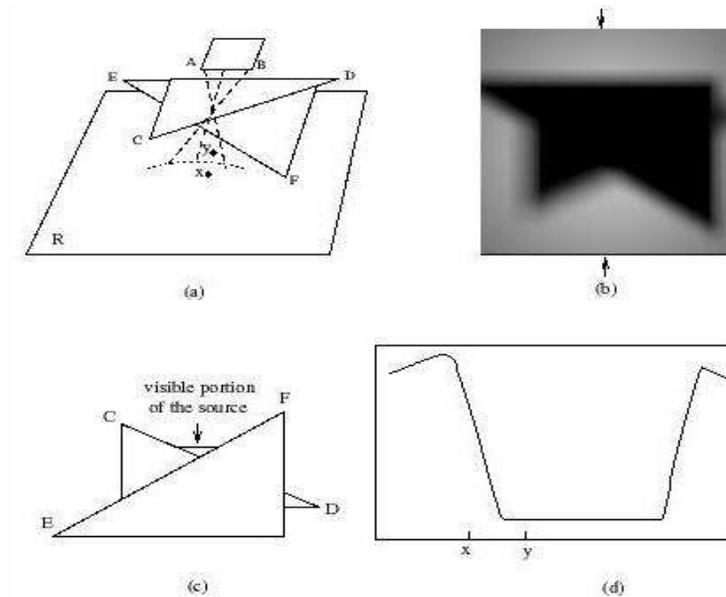


Figura 25: un evento AAA. (a) la superficie crítica cuadrática definida por las tres aristas, AB, CD y EF, intersecciona el plano receptor formando una curva crítica cónica. (b) la función de radiancia sobre el receptor. (c) el ocluidor y la fuente de luz son visibles desde x. (d) la función de radiancia sobre la línea que une x e y.

En los ejemplos mostrados en las figuras todos los eventos visuales involucran un vértice o una arista de la fuente emisora. En cualquier caso, los eventos visuales se pueden definir para cualquier arista o vértice pertenecientes a cualquier objeto del entorno. Así, en una escena con  $m$  aristas, puede haber  $O(m^2)$  AV y  $O(m^3)$  AAA superficies críticas. En general, un evento causará una discontinuidad  $L_{ij}$  si está definido por aristas y vértices situados entre el receptor  $i$  y la fuente  $j$ , y además es visible desde ambos.

En este punto tenemos unas nociones básicas de los fenómenos que pueden producirse derivados de la forma de discretización en la escena. A día de hoy las investigaciones se siguen centrando en la resolución algorítmica del problema de remallado, y sería demasiado extenso incluir en este texto todos los trabajos existentes.

## 5 Artefactos. Problemas derivados del algoritmo

Los artefactos (*artefacts*) son aquellos errores visuales que aparecen en la imagen una vez reconstruida la escena tras el cálculo de la solución de radiosidad. Estos errores se presentan en forma de manchas que representan cambios bruscos en la iluminación en lugares en los que no debiera ser así. Se producen por un mal cálculo de la ecuación de radiosidad al utilizar un número reducido de correctores, una baja densidad de subdivisión, o por selección de una resolución inadecuada en el hemicubo, al calcular los factores de forma.

Como medida principal para solucionar este tipo de problemas, por norma general se buscará una mayor resolución en cada uno de estos casos, lo cual supone un compromiso entre calidad de la imagen final y complejidad en los cálculos. Un equilibrio satisfactorio será el objetivo a perseguir cuando tratemos de arreglar estos fallos.

Analizaremos más en profundidad el origen de estos errores para obtener una idea intuitiva de cómo solucionarlos.

### Producidos por el hemicubo (factores de forma)

El método del hemicubo visto con anterioridad puede dar lugar a ciertos problemas. Si la resolución del mismo no es la adecuada, no podremos recoger toda la información necesaria para determinar con precisión la iluminación de cada punto de la escena. Esto supone que al reconstruir la escena perderemos datos, lo que provocará discontinuidades y manchas.

Adicionalmente, la aproximación del hemicubo no es fiable para distancias cortas entre correctores, y es muy delicado en fuentes de luz, ya que el número de hemicubos y por tanto de correctores que componen una luminaria depende de la distancia al objeto más cercano que ilumina. Si en nuestra escena hay una luz proveniente de un plano o una superficie mayor a un solo punto (lo que se conoce como luz de área), dicha fuente debe ser dividida en correctores sobre los que se ha de aplicar la técnica del hemicubo. Así evitaremos la aparición de sombras duras para este tipo de fuentes luminosas.

El problema más usual al realizar un cálculo incorrecto de la técnica del hemicubo es la formación de *dientes de sierra* en la imagen, que visualmente producen un escalonado en las zonas de sombra que se corresponde con los píxeles del hemicubo y la proyección de los correctores sobre ellos. Podemos ver ejemplos de este tipo de artefactos en las figuras 21 y 22, en los dientes de sierra que aparecen en las imágenes.

Una convención que suele seguirse para conseguir resultados óptimos mediante la utilización de esta técnica es que la cara superior del hemicubo ha de ser un 40% mayor que las laterales, y los lados han de tener una altura igual al 70% del ancho.

## Producidos por un remallado inadecuado

Cuando hayamos la solución de radiosidad, se obtiene un número finito de valores que debemos llevar a la pantalla para representar nuestra imagen, ajustándose a cada uno de los correctores en que se ha subdividido la escena. Si ese número no es lo suficientemente alto las discontinuidades de iluminación serán notables produciendo un efecto muy poco realista.

Lo ideal es disponer de un número infinito de valores para representar e imitar la continuidad de la iluminación en la realidad. Sin embargo, esto es imposible computacionalmente por lo que es necesario usar otras técnicas para simular esta representación. Lo más común es utilizar técnicas de interpolación bilineal y correctores *Bézier* o *B-Spline* cuadráticos para solucionar en parte este problema. Por supuesto, otra solución posible para evitar artefactos es realizar un remallado de mayor resolución y mayor detalle, pero al igual que en el problema del hemicubo y cualquiera que se presente, no hay que olvidar que aumentar el número de correctores hace incrementarse también el coste computacional del proceso.

## Producidos por la interpolación bilineal

Cuando el remallado es ineficiente, ya no por un número bajo de correctores sino por una mala selección de su posición y tamaño, los problemas que se originan en el resultado final son los ya citados *dientes de sierra* (también conocidos como *Discontinuidades  $D^0$* ) y lo que se conoce como filtraciones de luz y/o sombra.

Los *dientes de sierra* son igualmente producidos por un mal ajuste de los correctores en la escena en aquellas zonas de cambios bruscos de iluminación como son los bordes de las sombras. Si las aristas no coinciden con el trazado de la sombra, en la representación final de la imagen observaremos zonas defectuosas de iluminación en las sombras, con forma escalonada.

Las filtraciones de luz y de sombra se producen cuando en la reconstrucción de la escena se escogen los correctores de forma inadecuada, sin tener en cuenta la unión entre superficies, de tal forma que el corrector esta obteniendo una cantidad de energía extra innecesaria. El efecto que se produce es que en las zonas próximas a una unión entre superficies en la que debería haber sombra, aparecen regiones iluminadas provocando las filtraciones de luz. El efecto contrario es producido de forma similar con la salvedad de que será en las zonas de luz en las que aparezca una ligera sombra indeseada originando filtraciones de sombra. Esta situación se ve agravada al aplicar en estas zonas técnicas de interpolación, ya que resaltan aún más la diferencia de luminosidad en esos correctores. Las figuras 21 y 22 muestran ejemplos de este tipo de artefactos, tanto para la filtración de luz como de sombra.

Por ello se deben seleccionar correctores que se adapten fielmente a la estructura de la escena, haciendo coincidir los bordes de los correctores con los bordes de las superficies en sí mismas para evitar estos artefactos. Si la técnica de remallado que se elija no sitúa correctamente estos correctores en posiciones relativas a las superficies, podemos disminuir este llamativo efecto no aplicando ninguna técnica de interpolación para que en estos correctores conflictivos la luminosidad sea constante. Obviamente, esta solución sólo nos será útil cuando podamos permitirnos no usar un esquema de interpolación, es decir, en casos muy concretos.

*Radiosidad*

## **6 Bibliografía**

WATT01: Alan Watt, 3D Computer Graphics, 2000  
BUSS01: Samuel R. Buss, 3-D Computer Graphics, 2003  
SLAT01: Mel Slater, Anthony Steed, Yiorgios Chrysanthou, ,